

IV. Cahit Arf Matematik Günleri 2005

Birinci Gün

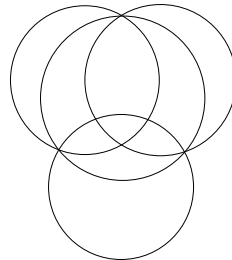
İstanbul Bilgi Üniversitesi Matematik Bölümü

12 Mart 2005

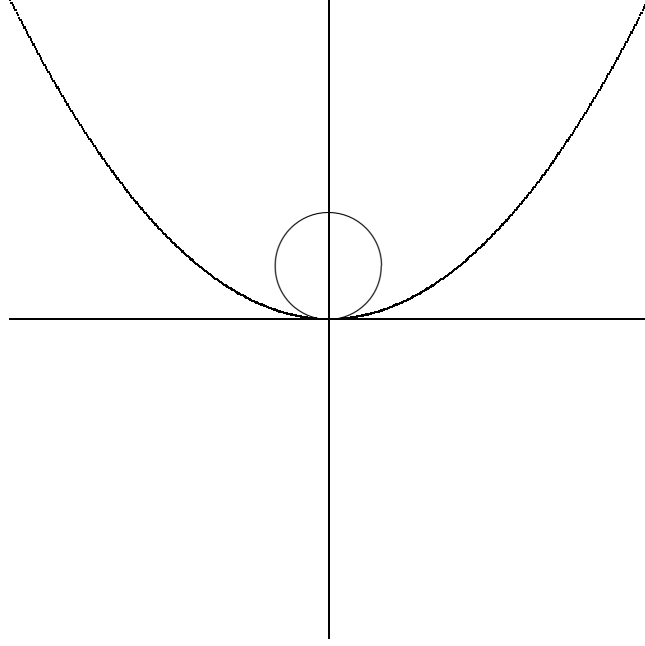
1. Rastgele karıştırılmış bir deste iskambil kâğıdında en üst ve en alttaki kâğıtların as olma olasılığını hesaplayınız.
2. Aşağıdaki şekilde sadece dikey ve yatay olarak birer basamak hareket edebilen birinin **matematik** kelimesini kaç türlü okuyabileceğini bulunuz.

m
m a
m a t
m a t e
m a t e m
m a t e m a
m a t e m a t
m a t e m a t i
m a t e m a t i k
a t e m a t i k
t e m a t i k
e m a t i k
m a t i k
a t i k
t i k
i k
k

3. Dikdörtgen şeklindeki bir bilyardo masasının üzerinde iki nokta belirleniyor ve bu noktalara iki bilyardo topu yerleştiriliyor. Bu toplardan birini tam üç değişik kenara çarptıktan sonra ikinciye çarpacak şekilde bir vuruş yapmak her zaman mümkündür. Bu nasıl yapılır?
4. Dört çember yardımıyla aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi on sınırlı bölge oluşturulmuştur. Bu bölgelere 1 den 10'a kadar olan sayıların herbiri öyle yerleştirilmiştir ki her çember içinde kalan sayıların toplamı aynıdır. Bütün çemberlerin içinde kalan ortadaki bölgeye karşılık gelen sayıyı bulunuz.



5. $y = x^2$ şeklindeki bir parabolün içine sığacak ve parabolün tepe noktasına değecek en büyük çemberin yarıçapını bulunuz.



6. Bir kenarı a olan bir kareyi kaplamak için gene bir kenarı a olan eşkenar üçgenlerden en az dört taneye ihtiyaç olduğunu kanıtlayınız.
7. $\mathbb{R}[X]$ polinomlar halkası üzerinde tanımlanmış bir $\delta : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X]$ fonksiyonu her $a \in \mathbb{R}$ ve her f, g için $\delta(af) = a\delta(f)$, $\delta(f + g) = \delta(f) + \delta(g)$ ve $\delta(fg) = f\delta(g) + g\delta(f)$ koşullarını sağlıyorsa bu δ fonksiyonuna $\mathbb{R}[X]$ halkasının bir **türevi** denir. $\mathbb{R}[X]$ halkasının bütün türevlerini bulunuz.
8. $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) şeklindeki fonksiyonlar kümesinde şöyle bir çarpma işlemi tanımlanıyor: Her f, g fonksiyonları ve her $x \in \mathbb{R}$ için

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

$f \circ g = g \circ f$ koşulunu sağlayan yukarıdaki gibi bütün f ve g fonksiyonlarını bulunuz.